Выбор варианта практического задания 1 осуществляется по первой букве фамилии студента (таблица 1.1).

Таблица 1.1

Выбор варианта практического задания 1

Первая буква фамилии	Вариант
А, Б, В	**1**
Г, Д, Е, Ё	**2**
Ж, З, И	**3**
К, Л	**4**
М, Н, О	**5**
П, Р, С	**6**
Т, У, Ф	**7**
Х, Ц, Ч	**8**
Ш, Щ, Э	**9**
Ю, Я	**10**

Практическое задание 1

Вариант 4

Задача 1

Кривая индивидуального спроса на некоторое благо линейна и при цене P=10 эластичность спроса по цене ε_{Dp}= -2,5. Достижение какого уровня цены P приведет к полному отказу от потребления этого товара?

Решение

1. Линейная функция спроса имеет вид:

$$Q=a-b\cdot P=a-b*10$$

$$\Delta Q=(a-b\cdot P)'=-b$$

$$\Delta Q=(a-b\cdot 10)'=-10$$

2. Коэффициент эластичности спроса по цене определяется по формуле:

$$\varepsilon_{Dp}=\frac{\Delta Q\cdot P}{\Delta P\cdot Q}$$

Подставим полученные значения и найдем, чем равен коэффициент а:

$$\varepsilon_{Dp}=\frac{-b*P}{a-b*P}$$

$$-2,5=\frac{-10*10}{a+10*10}$$

$$-2,5a-250=-100$$

$$2,5a=100-250$$

$$a=-60$$

3. Найдем значение P, при котором Q=0:

$$-60+10*P=0$$

$$P=6$$

Ответ: уровень цены P=6 приведет к полному отказу от потребления товара.

Задача 2

Функция спроса на товар имеет вид $Q_D = a - b \cdot P$. При каких значениях цены товара кривая спроса эластична? На графике покажите эластичный и неэластичные участки кривой спроса D.

Решение:

1. Единичная эластичность спроса соответствует формуле:

$$\varepsilon_{Dp} = \frac{\Delta Q \cdot P}{\Delta P \cdot Q} = 1$$

$$\Delta Q = (a - b \cdot P)' = -b$$

Следовательно:

$$\varepsilon_{Dp} = \frac{-b * P}{a - b * P} = 1$$

Спрос имеет единичную эластичность по цене в средней точке при:

$$P = \frac{a}{2b}$$

$$P = \frac{80}{2*4} = 10$$

$$Q = \frac{a}{2}$$

$$Q = \frac{80}{2} = 40$$

Спрос эластичен на участке:

$$\frac{a}{b} > P > \frac{a}{2b}$$

$$\frac{80}{4} > P > \frac{80}{2*4}$$

$$20 > P > 10$$

Спрос неэластичен на участке:

$$\frac{a}{2b} > P > 0$$

$$\frac{80}{2*4} > P > 0$$

$$10 > P > 0$$

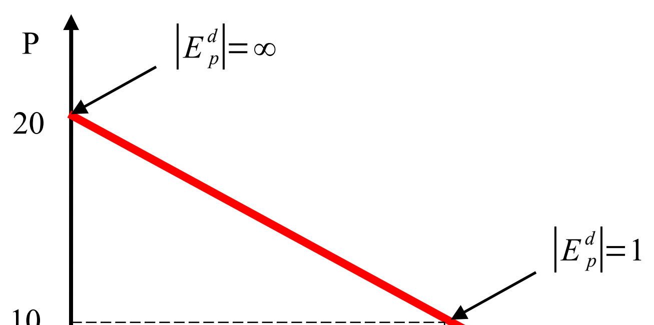

Рисунок 1

Практическое задание 2

Вариант 4

Предположим, что доход потребителя в месяц составляет m=8000 руб. на потребительский набор (x,y). Цена единицы товара x равна P_x=100 руб., а цена единицы товара y равна P_y=200 руб.

1. Запишите бюджетное ограничение (БО) потребителя и покажите на графике соответствующее бюджетное множество (БМ).

2. Изменения в экономике привели к необходимости ввести налог на цену товара x. Теперь каждая единица товара x будет обходиться всем потребителям на τ=20% дороже. Запишите БО для этого случая и покажите на графике соответствующее БМ. Что произошло со множеством доступных потребителю наборов после ограничительной политики правительства?

3. В результате введения правительством налога на цену товара администрацией региона была введена потоварная субсидия на товар y, равная сумме s=20 руб. Запишите БО для этого случая и покажите графически БМ. Как изменилось бюджетное множество потребителя по сравнению с начальным вариантом?

Решение:

1. Бюджетное ограничение по заданным значениям принимает вид:

$$100x + 200y \le 8000$$

Представим бюджетное множество в графическом виде:

$$\frac{m}{P_x} = \frac{8000}{100} = 80$$

$$\frac{m}{P_y} = \frac{8000}{200} = 40$$

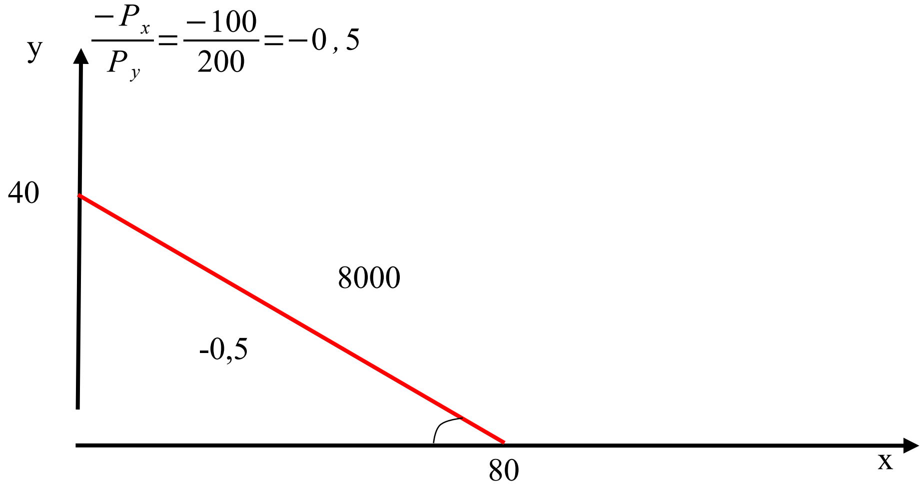

Рисунок 2.1

2. Введение налога на стоимость товара x привело к изменению цены P_x. Фактическая цена составила:

$$P_x=(1+0,2)*100=120\ руб.$$

Бюджетное ограничение принимает вид:

$$120x+200y\leq 8000$$

Бюджетные множества:

$$\frac{m}{P_x}=\frac{8000}{120}=66,67$$

$$\frac{m}{P_y}=\frac{8000}{200}=40$$

$$\frac{-P_x}{P_y}=\frac{-120}{200}=-0,6$$

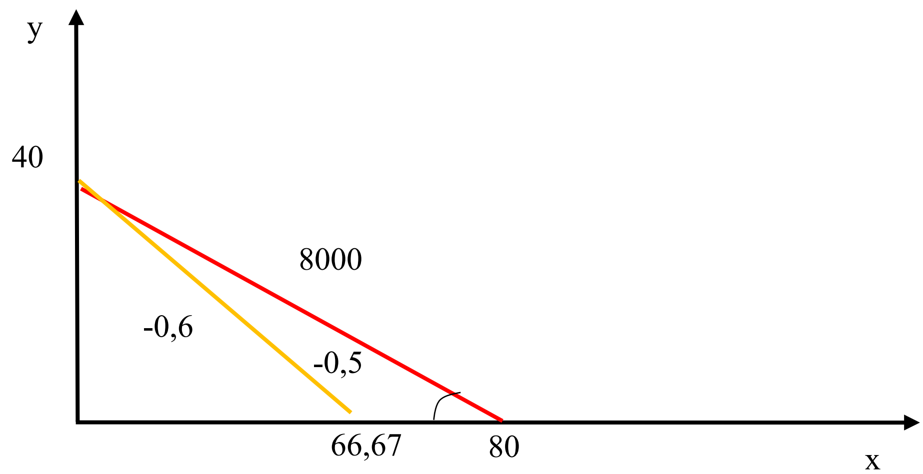

Рисунок 2.3

Вывод: множество доступных потребителю наборов после ограничительной политики правительства уменьшилось.

3. Сохраняя условия п. 2, администрация региона ввела потоварную субсидию на товар y в размере 20 руб. Фактическая цена составила:

$$P_y = 200 - 20 = 180 \ руб.$$

Бюджетное ограничение принимает вид:

$$120x + 180y \leq 8000$$

Бюджетные множества:

$$\frac{m}{P_x} = \frac{8000}{120} = 66,67$$

$$\frac{m}{P_y} = \frac{8000}{180} = 44,44$$

$$\frac{-P_x}{P_y} = \frac{-120}{180} = -0,67$$

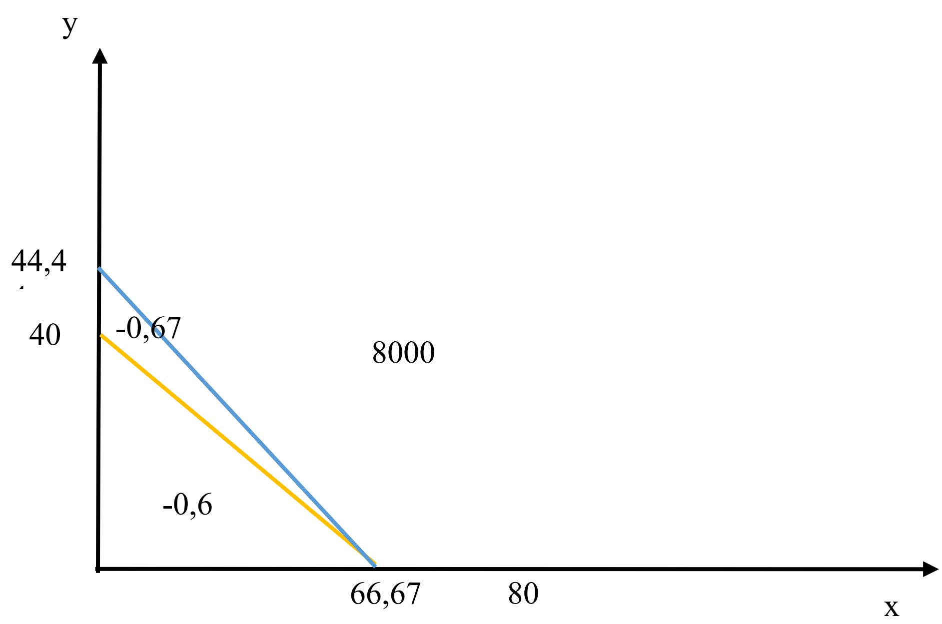

Рис. 2.3

Вывод: множество доступных потребителю наборов после ограничительной политики правительства увеличилось.

4. Условия пунктов 2 и 3 отменены. Магазин ввел следующую систему скидок: при покупке товара y все приобретенные единицы продаются на

S=30 руб. дешевле. Для нахождения бюджетного ограничения решаем систему уравнений:

$$\begin{cases} 100x + 200y \leq 8000 \\ 100x + 170*(y - \overline{y}) \leq m - 200\overline{y} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 10x + 20y \leq 800 \\ 10x + 17*(y - \overline{y}) \leq m - 20\overline{y} \end{cases}$$

Новое бюджетное множество:

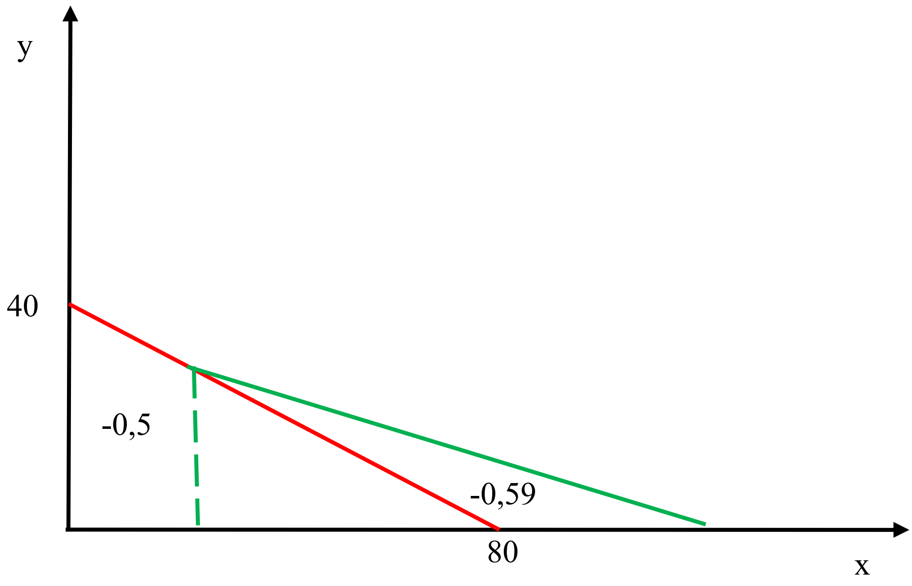

Рисунок 2.4

Вывод: после отмены всех правительственных программ и введения магазином системы скидок увеличивается множество доступных наборов для потребителя.

Практическое задание 3

Вариант 4

Известно, что для потребительского набора (x, y) функция полезности потребителя задана уравнением $u(x, y)=4xy$ Общий доход m, которым располагает потребитель, составляет 480 ден. ед. Цена товара x – $p_x=2$ ден. ед., цена товара y – $p_{y_1}=6$ ден. ед. Предположим, что цена товара y увеличивается до уровня $p_{y_2}=8$ ден.ед.

Осуществите следующие действия:

- выпишите уравнение бюджетной линии и постройте график бюджетного ограничения;
- определите эффект замены (по Хиксу);
- определите эффект дохода (по Хиксу);
- определите общий эффект (по Хиксу);
- охарактеризуйте данный товар (нормальный, инфериорный, товар Гиффена).

Решение

1. Бюджетное ограничение по заданным значениям принимает вид:

$$2x+6y_1 \leq 480$$

Оптимальный выбор потребителя:

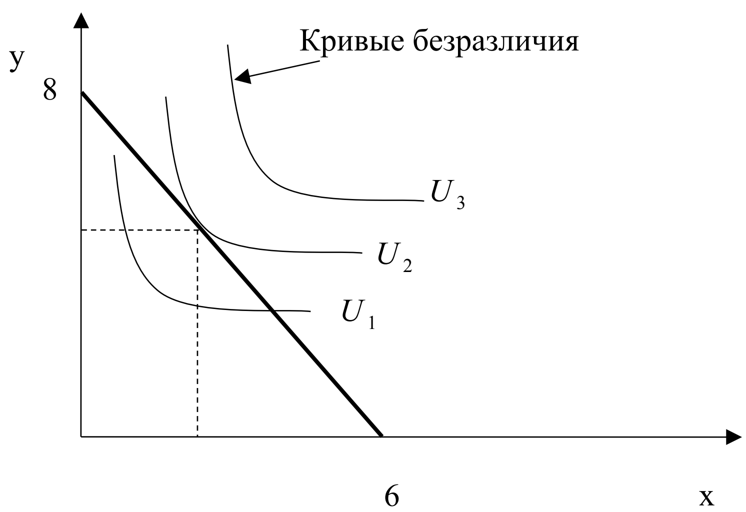

Рисунок 3.1

Графическое представление оптимальной точки – это точка касания бюджетного ограничения потребителя и кривой безразличия. Исходя из этого, в точке оптимума угол наклона кривой безразличия ($\frac{MU_X}{MU_Y}$) равен углу наклона бюджетного ограничения ($\frac{P_X}{P_Y}$).

$$\begin{cases} 2x+6y_1 \leq 480 \\ \frac{MUx}{MUy} = \frac{Px}{P\,y_2} \end{cases}$$

Решая данную систему для функции вида Кобба-Дугласа $U = A X^{\alpha} Y^{\beta}$, находим выражения для оптимального количества товаров Х и У.

$$xпервонач = \frac{\frac{\alpha}{\alpha+\beta} * m}{P_x} = \frac{\frac{1}{2} * 480}{2} = 120$$

$$yпервонач = \frac{\frac{\beta}{\alpha+\beta} * m}{P_{y1}} = \frac{\frac{1}{2} * 480}{6} = 40$$

Первоначально потребитель потреблял 40 ед. товара х и 15 ед. товара у; при этом он достигал уровня полезности:

$$U1 = 4 * 120 * 40 = 19200\,ютилей$$

Аналогично можно рассчитать объемы товаров х и у после изменения цены на товар у, то есть конечную оптимальную точку.

$$xконеч = \frac{\frac{\alpha}{\alpha+\beta} * m}{P_x} = \frac{\frac{1}{2} * 480}{2} = 120$$

$$yконеч = \frac{\frac{\beta}{\alpha+\beta} * m}{P_{y2}} = \frac{\frac{1}{2} * 480}{8} = 30$$

После повышения цены товара у, потребитель уменьшил объем потребления этого товара на 10 единиц. Таким образом, общий эффект от повышения цены товара у равен –10 ед.

$$\Delta\,yобщ = yконеч - yпервонач = 30 - 40 = -10$$

Общий эффект показывает, как изменился объем потребления товара при изменении его цены.

2. Для расчета по методу Хикса, необходимо построить дополнительное (вспомогательное) бюджетное ограничение, параллельное новому

бюджетному ограничению (с новыми ценами), которое бы являлось касательным к первоначальной кривой безразличия.

Точка 1 – первоначальная оптимальная точка потребителя (касание первоначального бюджетного ограничения и первоначальной кривой безразличия). Точка 2 – конечная оптимальная точка потребителя (касание нового бюджетного ограничения и новой кривой безразличия). Точка 3 – вспомогательная точка по методу Хикса (касание вспомогательного бюджетного ограничения и первоначальной кривой безразличия).

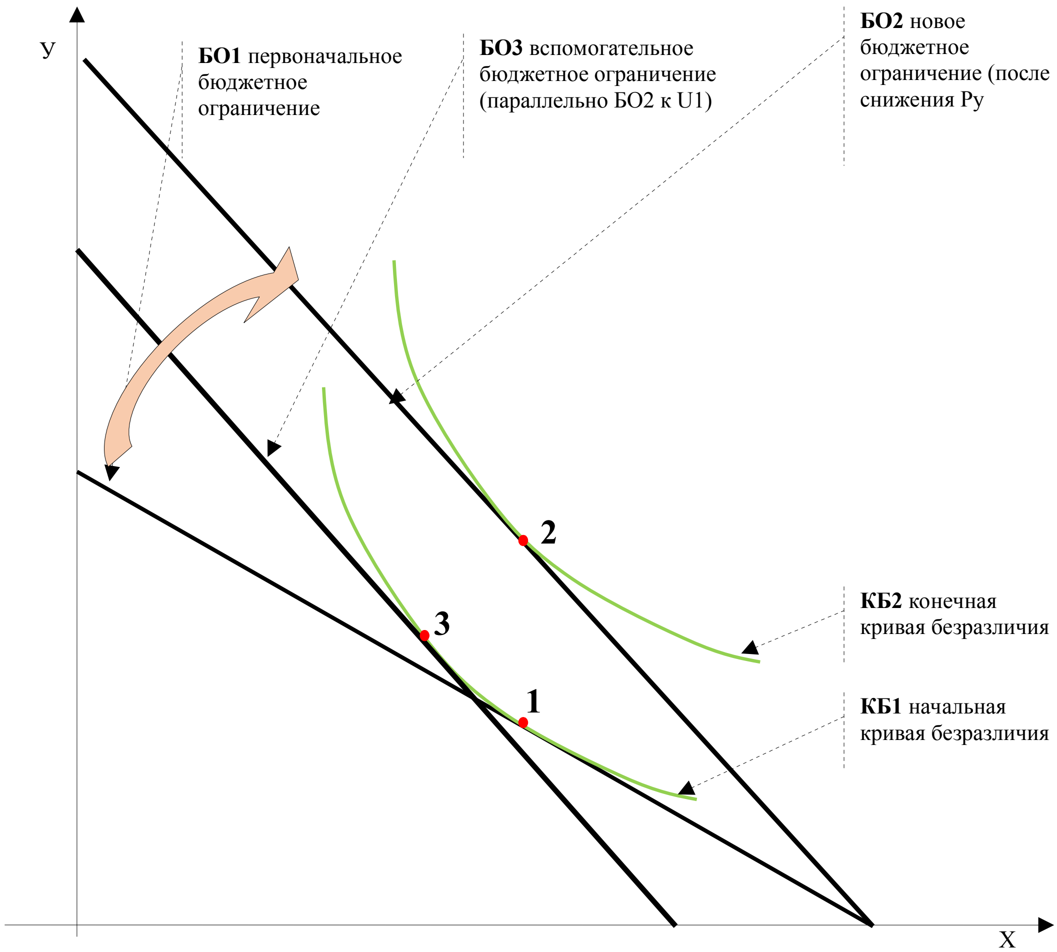

Рисунок 3.2

Для расчета координат вспомогательной (промежуточной точки) необходимо решить систему из двух уравнений:

$$U1 = 4 * x\,промежут * y\,промежут = 19200$$

$$\begin{cases} U1 = 4 * xпр * y\,пр \\ \dfrac{MUx}{MUy} = \dfrac{Px}{P\,y_2} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 19200 = 4 * xпр * y\,пр \\ \dfrac{y\,пр}{x\,пр} = \dfrac{2}{8} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x\,пр \approx 138,6 \\ y\,пр \approx 34,65 \end{cases}$$

Подробное решение:

$$\begin{cases} 4 * xnp * y\,np = 19200 \\ 8\,y\,np = 2\,x\,np \end{cases}$$

Из второго уравнения выразим упр:

$$ynp = \frac{2}{8}x\,np = 0,25\,x\,np$$

Подставим в первое:

$$4 * xnp * 0,25\,x\,np = 19200$$

$$0,25\,x^2\,np = 4800$$

$$x^2\,np = 19200$$

$$x\,np = \sqrt[2]{19200} \approx 138,6$$

Найдем, чему равен упр:

$$ynp = 0,25 * 138,6 \approx 34,65$$

Эффект замены: при повышении цены товара у, объем потребления товара у (при сохранении потребителем первоначального уровня полезности) уменьшился на 5,35 ед.

$$\Delta\,yзам = y\,np - y\,первонач = 34,65 - 40 = -5,35$$

3. Эффект дохода: при повышении цены товара у, что эквивалентно росту реального дохода потребителя, объем потребления товара у уменьшился на 4,65 ед.

$$\Delta\,yдохода = y\,конеч - y\,np = 30 - 34,65 = -4,65$$

Прямая зависимость между изменением реального дохода и объемом потребления, следовательно, у – товар нормальный.

4. Выполним проверку:

$$Общий\ эффект = эффект\ замены + эффект\ дохода$$

$$-5,35 - 4,65 = -10$$

Вывод: товар у является нормальным (качественным товаром). Закон спроса (обратная зависимость между ценой товара и объемом потребления) не нарушен.

Практическое задание 4

Вариант 4

Технологическая норма замещения факторов L и K равна MRS = –4. Предположим, что фирма готова произвести тот же самый объем выпуска, но сократить использование фактора K на 1 единицу. Сколько дополнительных единиц фактора L потребуется фирме?

Решение:

Условие оптимального использования ресурсов:

$$MRS=\frac{PL}{PK}=\frac{M\,P_L}{M\,P_K}$$

При этом:

$$M\,P_L=\frac{\Delta\,TP}{\Delta\,L}\,и\;M\,P_K=\frac{\Delta\,TP}{\Delta\,K}$$

Так как фирма сократит использование фактора K на 1 единицу, то K= –1, а объем выпуска остается неизменным. Составим уравнение:

$$\frac{\frac{\Delta\,TP}{\Delta\,L}*-1}{\Delta\,TP}=-4$$

$$\frac{-1}{\Delta\,L}=-4$$

$$\Delta\,L=0,25$$

Вывод: в результате проведенных расчетов, фирме потребуется 0,25 дополнительных фактора L.

Практическое задание 5

Задача 1

Предположим, что на рынке действуют две фирмы, функции общих издержек ТС заданы уравнениями: $c_1(q_1)=20-q_1^2$ и $c_2(q_2)=20-\frac{1}{4}q_2^2$. Рыночный спрос описывается функцией:

$$P(Q)=1000-\frac{1}{4}Q,$$

где $Q=q_1+q_2$.

Определите объем продаж, который будет у каждой фирмы, и цену, которая установится на рынке, если:

- фирмы конкурируют по Курно;
- фирмы конкурируют по Бертрану;
- фирмы конкурируют по сценарию Штакельберга.

Изобразите решение на графике.

Решение:

1. Стратегия по Курно предполагает, что фирмы изначально выбирают объем производства, обладая полной информацией о своих конкурентах. Решения о выборе объема принимаются одновременно.

Решение задачи по Курно:

Подставим общий выпуск двух фирм в формулу отраслевого спроса, получим:

$$P(Q)=1000-\frac{1}{4}*(q_1+q_2)$$

Распишем прибыли олигополистов:

$$П1=TR_1-TC_1=P*q_1-2*q_1=\left(1000-\frac{1}{4}*(q_1+q_2)\right)*q_1-2*q_1=1000q_1-\frac{1}{4}¿q_1^2-\frac{1}{4}¿q_1*q_2-2*q_1=998q$$

$$П2=TR_2-TC_2=P*q_2-q_2^2=\left(1000-\frac{1}{4}*(q_1+q_2)\right)*q_2-q_2^2=1000q_2-\frac{1}{4}¿q_2^2-\frac{1}{4}¿q_1*q_2-q_2^2=1000q_2-\frac{5}{4}$$

Каждая фирма стремится к максимуму прибыли.

Найдём максимум функций прибыли. Для этого приравняем к нулю первые производные полученных функций и найдём оптимальный объём выпуска:

$$П\,1' = \left(998\,q_1 - \frac{1}{4}\text{¿}\,q_1{}^2 - \frac{1}{4}\text{¿}\,q_1 * q_2\right)' = 998 - \frac{1}{2}\text{¿}\,q_1 - \frac{1}{4} * q_2 = 0$$

$$П\,2' = \left(1000\,q_2 - \frac{5}{4}q_2{}^2 - \frac{1}{4}\text{¿}\,q_1 * q_2\right)' = 1000 - \frac{5}{2} * q_2 - \frac{1}{4}\text{¿}\,q_1 = 0$$

Уравнение реакции для первой фирмы:

$$q_1 = 1996 - 0{,}5 * q_2$$

Уравнение реакции для второй фирмы:

$$q_2 = 400 - 0{,}1 * q_1$$

Точка пересечения этих линий определяет рыночное равновесие для монополистов представлена на рисунке 5:

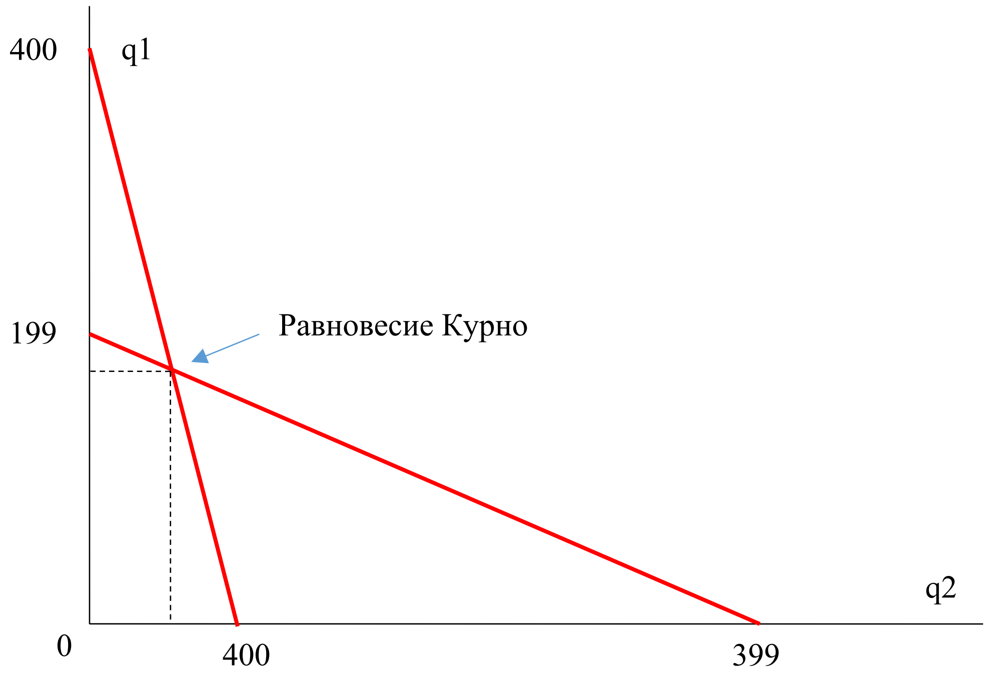

Рисунок 5

Решим систему из двух уравнений реакции дуополистов, получим равновесные значения выпуска для первой и второй фирмы.

$$\begin{cases} q_1 = 1996 - 0{,}5 * q_2 \\ q_2 = 400 - 0{,}1 * q_1 \end{cases}$$

Подставим второе уравнение в первое:

$$q_1 = 1996 - 0{,}5 * (400 - 0{,}1 * q_1)$$

$$0{,}95 * q_1 = 1796$$

$$q_1 \approx 1890{,}53$$

Полученное значение подставим во второе:

$$q_2 = 400 - 0{,}1 * 1890{,}53 = 210{,}947$$

Подставив равновесные значения q*1 и q*2 в функцию отраслевого спроса, найдём цену равновесия:

$$P = 1000 - \frac{1}{4}(1890,53 + 210,947) \approx 474.63$$

2. Стратегия по Бертрану предполагает, что фирмы изначально выбирают цену, обладая полной информацией о своих конкурентах. Решения о выборе цены принимаются одновременно. Важным условием такой модели является полная взаимозаменяемость товаров. Очевидно, что потребители будут покупать товар по наименьшей доступной цене. Тогда фирмы, которые установили не минимальную цену, получат нулевую выручку.

Рынок товара контролируют две фирмы. Соответственно, они выбирают цены $p1$ и $p2$. Тогда функции прибыли этих фирм будут принимать следующий вид:

Если $P_1 > P_2$ то

$$\Pi\, 1 = 0$$

$$\Pi\, 2 = (P_2 - c) * Q(P_2)$$

Если $P_1 = P_2$ то

$$\Pi\, 1 = \frac{(P_1 - c) * Q(P_1)}{2}$$

$$\Pi\, 2 = \frac{(P_2 - c) * Q(P_2)}{2}$$

Если $P_1 < P_2$ то

$$\Pi\, 1 = (P_1 - c) * Q(P_1)$$

$$\Pi\, 2 = 0$$

3. Стратегия по Штакельбергу предполагает, что фирмы изначально последовательно выбирают объем выпуска, обладая полной информацией о своих конкурентах. Важным условием такой модели является полная взаимозаменяемость товаров.

Решение задачи по сценарию Штакельберга:

Пусть фирма 1 выступает в роли лидера, а фирма 2 - в роли последователя. Тогда прибыль первой фирмы с учётом уравнения реакции фирмы 2 будет равна:

$$П\,1=998\,q_1-\frac{1}{4}\text{¿}\,q_1{}^2-\frac{1}{4}\text{¿}\,q_1*(400-0,1*q_1)=998\,q_1-\frac{1}{4}\text{¿}\,q_1{}^2-100\,q_1+\frac{1}{40}\text{¿}\,q_1{}^2=898\,q_1-\frac{9}{40}\text{¿}\,q_1{}^2$$

Она достигает максимума при П1'=0

$$\left(898\,q_1-\frac{9}{40}\text{¿}\,q_1{}^2\right)'=0$$

$$898-\frac{9}{20}q_1=0$$

$$q_1\approx 1995.56$$

При этом выпуск второй фирмы станет равным:

$$q_2=400-0.1*1995.56\approx 200.4$$

$$P=1000-\frac{1}{4}(1995.56+200.4)=451.01$$

В случае лидерства фирмы 2 её прибыль будет равна:

$$П\,2=1000\,q_2-\frac{5}{4}q_2{}^2-\frac{1}{4}\text{¿}\,q_2*(1996-0,5*q_2)=1000\,q_2-\frac{5}{4}q_2{}^2-499\,q_2+0.125\,q_2{}^2=501\,q_2-1.125\,q_2{}^2$$

Определим производную этой функции и приравняем её к нулю.

$$\left(501\,q_2-1.125\,q_2{}^2\right)'=501-2.25\,q_2=0$$

$$q_2\approx 222.67$$

$$q_1=1996-0,5*222.67=1884.665$$

$$P=1000-\frac{1}{4}(1884.665+222.67)=473.2$$

Задача 2

График предельных издержек фирмы-монополиста задан условием $MC=2Q$. Функция предельного дохода принимает вид: $MR=60-2P$. Определите эластичность рыночного спроса ε_{Dp} при оптимальном выпуске фирмы-монополиста.

Решение:

1. Определим оптимальный выпуск фирмы-монополиста:

$$MR=MC$$

$$TR=60\,P-P^2=P(60-P)=P*Q$$

$$Q=60-P$$

$$P=60-Q$$

$$TR=P*Q=60Q-Q^2$$

$$MR=TR'=60-2Q$$

$$60-2Q=2Q$$

$$Q=15$$

2. Цена при оптимальном выпуске фирмы-монополиста составит:

$$60-2P=30$$

$$P=15$$

3. Найдем эластичность рыночного спроса ε_{Dp} при оптимальном выпуске фирмы-монополиста:

$$\frac{(P-MC)}{P}=\frac{1}{|\varepsilon|}$$

$$\frac{15-30}{15}=\frac{1}{|\varepsilon|}$$

$$\frac{1}{|\varepsilon|}=-1$$

$$|\varepsilon|=-1$$

$$\varepsilon=1$$

Практическое задание 6

Вариант 4

Предположим, что издержки по вывозу мусора с территории двух районов составляют $TC(x)=x^2$, где x – площадь территории. Проведенные исследования выявили, что предпочтения всех жителей 1-го района принимают вид функции полезности $u_1(x,m_1)=40\sqrt{x}+m_1$, а предпочтения всех жителей 2-го района – $u_2(x,m_2)=12\sqrt{x}+m_2$, где m_1 и m_2 – потребление агрегированного блага (вывоз мусора) всеми жителями соответствующих районов.

Найдите Парето-эффективное значение вывоза мусора с районов. Изобразите решение задачи на графике.

Решение:

1. Для определения Парето-эффективного значения вывоза мусора принимается условие, что оптимальное количество площади определяется точкой пересечения линий предельных затрат MSC = 2x и предельной общей полезности.

Предельные издержки:

$$MSC=TC'=(x^2)'=2x$$

$$TC = x^2 \rightarrow min$$

Общая полезность образуется в результате вертикального сложения графиков полезности:

$$Uобщ = 52\sqrt{x} + m_1 + m_2$$

Предельная полезность будет иметь вид:

$$MSB = \left(52\sqrt{x} + m_1 + m_2\right)' = \frac{52}{2\sqrt{x}}$$

2. В результате решения Парето-эффективное значение вывоза мусора составит:

$$MSB = MSC$$

$$\frac{52}{2\sqrt{x}} = 2x$$

$$52 = 4x\sqrt{x}$$

$$16x^2 * x = 2704$$

$$16x^3 = 2704$$

$$x \approx 5,53$$

3. На рисунке 6 представлен график:

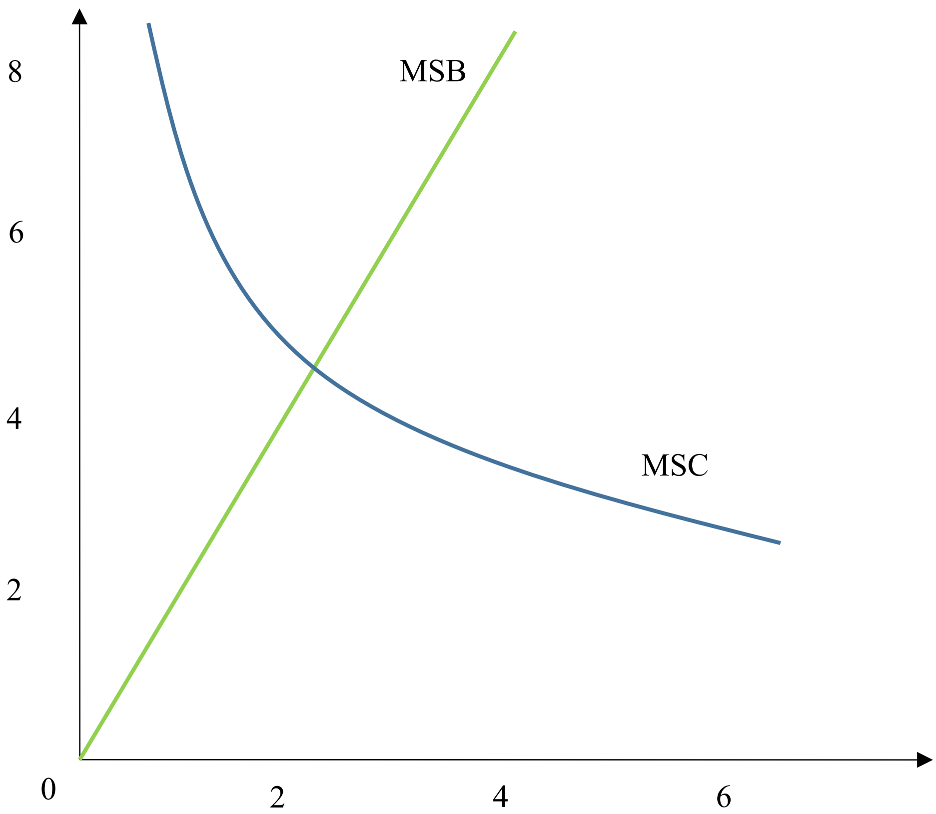

Рисунок 6